* On se munit d'un arbre binaire, tree [quasi complet] pouvant être visualisé comme suit

$$\begin{array}{lllll}
0 & \xleftrightarrow{sb_0} t_0 & & & \\
1 & \xleftrightarrow{sb_1} t_1 & t_2 & & \\
2 & \xleftrightarrow{sb_2} t_3 & t_4 & t_5 & t_6 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\
K & t_{2^K-1} & \dots & \dots & t_n
\end{array}$$

* avec $2^K - 1 \le n \le 2^{K+1} - 2$ (1)
- où $n = size(tree)$
- et $K = height(tree)$ $(K \geq 1)$
* Mieux les élts de la hauteur

où $K-1$ sont au nombre de $2^0 + \dots + 2^{K-1} = 2^K - 1$ et en comptant t_{2^K-1}

on a: $2^K \le n$ d'où $2^K \le n \le 2^{K+1} - 2$ $(K \geq 1)$ d'après (1)

d'où $2^K \le n < 2^{K+1} \Rightarrow \boxed{K = E(\log_2 n)}$

* On le stocke en machine sous la forme tab $= [t_0, \dots, t_n]$
* Ayant cette forme de tab initialement, comment effectuer une représentation visuelle dans un terminal ?

- On va représenter $t_0, \dots, t_n$ dans cadre suffisant de w (width) caractères avec $w \geq \underbrace{\max\{ len(str(t_i))\}_{i=0}^{n}}_{m}$
- on va décider de laisser un espace s (space) entre t_i et t_{i+1} pour tout $i \in [\![2^K - 1 ; n-1]\!]$ (c-à-d entre les feuilles voisines)

On prendra s en paramètre

- Pour un début après la ligne $i \in [\![0, K]\!]$ représentée on laissera une ligne vide avant de passer à la ligne suivante
- Évaluons sb_k (space at the beginning) pour $k \in [\![0, K]\!]$

On voit ainsi qu'on va d'abord mettre $\frac{w}{2} + \frac{sb_{k-1}}{2}$ espace avant de mettre v puis $\frac{sb_{k-1}}{2}$ espace avant de mettre $\bar{v}$ car $\left(\frac{2sb_{k-2} + w - 2\left(\frac{w}{2} + \frac{sb_{k-1}}{2}\right)}{2} = \frac{sb_{k-1}}{2} \right)$ et laisser $sm_k + \frac{w}{2} + \frac{sb_{k-1}}{2}$ espace avant de répéter cela autant de fois qu'on aura d'élts à l'arbre $k-1$ (de noeuds en fait)

<u>Simpl</u> :

$$\cdot \ \frac{w}{2} + \frac{sb_{i-1}}{2} = \frac{w}{2} + \frac{w+s}{2}\left(\underbrace{2^{k-i+1}}_{v_i} - 1\right) = \frac{w}{2} v_i + \frac{s}{2}(v_i - 1)$$

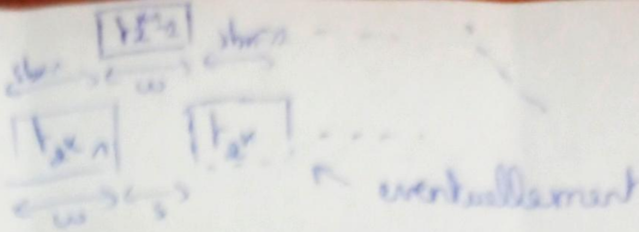
$$\cdot \ sm_i + \frac{w}{2} + \frac{sb_{i-1}}{2} = (w+s)(2^{k-i}) - w + \frac{w}{2} + \frac{w+s}{2}(v_i - 1)$$

$$= -\frac{w}{2} + \frac{w+s}{2}\left(\underbrace{2^{k-i+2} + 2^{k-i-2}}_{2^{k-i}(1+4)} - 1\right)$$

$$= -\frac{w}{2} + \frac{w+s}{2}(5 \times v_{i+1} - 1)$$

On a : $sb_K = 0$

$sb_{K-1} = \frac{2^1 w + s - w}{2}$ car →



$= \frac{w+s}{2}(2^1-1)$

De manière analogue, $sb_{K-2} = \frac{2^2 w + (2^2-1)\times s - w}{2} = \frac{w+s}{2}(2^2-1)$

⋮

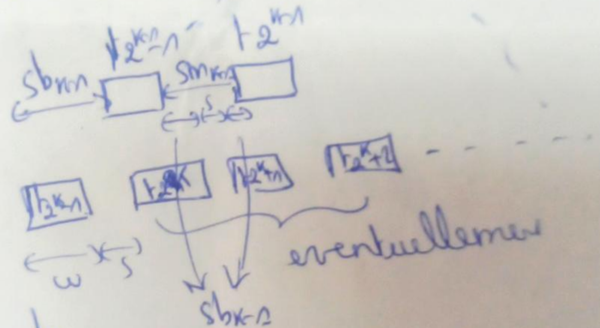
$sb_0 = \frac{2^K w + (2^K-1)\times s - w}{2} = \frac{w+s}{2}(2^K-1)$

. Ainsi on évaluera $(sb_i)_{i=0}^{K}$ dans l'ordre décroissant ce sera

- $sb_K = 0$
- Pour $i \in [\![K-1; 0]\!]$, $sb_i = \frac{w+s}{2}\underbrace{(2^{K-i}-1)}_{U_i}$ avec par récurrence $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_i = U_{i+1}\times 2 \end{cases}$

- Évaluons sm_K (space in the middle) pour $i \in [\![0;K]\!]$

. On a : $sm_K = s$



. sm_{K-1}
$= sb_{K-1}\times 2 + s$
$= (w+s)(2^1-1)+s$

De manière analogue et générale

. $sm_i = sb_i \times 2 + s \quad \forall i \in [\![1;K]\!]$

$= (w+s)(2^{K-i}-1)+s = (w+s)\times 2^{K-i} - w = (w+s)U_i - w$

- On constate avec $(sb_i)_{i=0}^{K}$ que $w+s$ doit être pair sans oublier

$w \geq m$

- Passons à l'ajout des flèche ↘ et ↙